

C

(Printed Pages 8)

Roll No. _____

18/307

बी.ए./बी.एस-सी. (भाग-I) परीक्षा, 2018

B.A./B.Sc. (Part-I) Examination, 2018

MATHEMATICS

तृतीय प्रश्न-पत्र

Third Paper

(Geometry and Vector Calculus)

समय : 3 घण्टे

पूर्णांक : 70

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

नोट : कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रथम प्रश्न अनिवार्य है। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न किया जाना है। प्रत्येक प्रश्न के अंक दाहिनी ओर अंकित हैं।

Note: Answer **five** questions in all. Question **No.1** is **compulsory**. Answer **one** question from each unit. Marks allotted to each question are indicated in the right hand margin.

नोट : लघु-उत्तरीय प्रश्नों के उत्तर की अधिकतम सीमा 200 शब्द तथा दीर्घ-उत्तरीय प्रश्नों के उत्तर की अधिकतम सीमा 500 शब्द है।

Note: The answers to short questions should not exceed 200 words and the answers to long questions should not exceed 500 words.

P.T.O.

18/307

1. निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर लिखिए: $3 \times 10 = 30$

Answer the following questions :

(i) समीकरण $ax^2+2hxy+by^2+2gx+2fy+c=0$ के द्वारा समान्तर रेखा युग्म के निरूपित होने का प्रतिबन्ध लिखिए।

Write the criteria for $ax^2+2hxy+by^2+2gx+2fy+c=0$ to represent a pair of parallel straight lines.

(ii) एक रेखा जिसके दिक् अनुपात 2, 3 तथा -6 हैं, उसकी दिक् कोज्या ज्ञात कीजिए।

Find the direction cosines of a line whose direction ratios are 2, 3 & -6.

(iii) एक समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो निर्देशांक अक्षों पर 6, 3 तथा -4 का अन्तःखण्ड काटता है। इसका अभिलम्ब रूप में रूपान्तरण भी कीजिए।

Find the equation of the plane which cuts off intercepts 6, 3, -4 from the axes of co-ordinates. Transform it into normal form.

(iv) एक सरल रेखा का समीकरण लिखिये जो बिन्दु $A(\alpha, \beta, \gamma)$ से होकर जाता है तथा जिसकी दिक् कोज्याएं l, m तथा n हैं।

Write the equation of a straight line passing through a given point $A(\alpha, \beta, \gamma)$ and having direction cosines as l, m, n .

(v) गोले :

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$$

का केन्द्र एवं त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

Find the centre and radius of the sphere

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0.$$

(vi) मूल बिन्दु O पर स्थित शीर्ष वाले शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जो वक्र $ax^2 + by^2 = 2z$, $lx + my + nz = p$ से होकर गुजरता है।Find the equation of the cone with vertex at origin and which passes through the curve given by $ax^2 + by^2 = 2z$, $lx + my + nz = p$.(vii) यदि \vec{a} तथा \vec{b} अघूर्णीय सदिश है तो सिद्ध कीजिए कि $\vec{a} \times \vec{b}$ सोलेनायडल है।If \vec{a} and \vec{b} are irrotational, prove that $\vec{a} \times \vec{b}$ is solenoidal.(viii) यदि $f = xz\hat{i} - yz\hat{j}$ तब $\text{curl } f$ का मान ज्ञात कीजिए।
Find $\text{curl } f$ if $f = xz\hat{i} - yz\hat{j}$.(ix) यदि $f = 3xy\hat{i} - y^2\hat{j}$ तथा C, एक वक्र $y = 2x^2$ xy समतल पर (0, 0) से (1, 2) तक है, तब $\int_C F \cdot dr$ का मान ज्ञात कीजिए।Evaluate $\int_C F \cdot dr$ where $f = 3xy\hat{i} - y^2\hat{j}$ and C is the curve $y = 2x^2$ with xy-plane from (0, 0) to (1, 2).

(x) गॉस प्रमेय लिखिए।

State Gauss Theorem.

इकाई-प्रथम / Unit-I

2. (a) शंकु $ax^2 + by^2 + 2hxy + 2gx + 2fy + c = 0$ के बिन्दु (x', y') पर स्पर्शी का समीकरण ज्ञात कीजिए।

5

Find the equation of tangent at (x', y') to the cone $ax^2 + by^2 + 2hxy + 2gx + 2fy + c = 0$.(b) किसी शांकव जीवा के ध्रुव का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिए जबकि शांकव का समी. $1/r = 1 + e \cos \theta$ है तथा जीवा नाभि पर अक्ष कोण 2α अंतरित करती है।
Find the locus of the pole of a chord of the conic $1/r = 1 + e \cos \theta$ which subtends a constant angle 2α at the focus.

OR/अथवा

3. शांकव $36x^2 + 24xy + 25y^2 - 72x + 126y + 81 = 0$ का अनुरेखण कीजिए। 10

Trace the conic

$$36x^2 + 24xy + 25y^2 - 72x + 126y + 81 = 0.$$

इकाई-द्वितीय / Unit-II

4. (a) दो रेखाएं जिनकी दिक् कोज्याएं $l + m + n = 0$ तथा $l^2 + m^2 - n^2 = 0$ के बीच का निम्न कोण ज्ञात कीजिए।

5

Find the acute angle between two lines whose direction cosines are given by $l+m+n=0$ and $l^2+m^2-n^2=0$.

(b) यदि रेखा $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{c}$, समतल

$3x-y+4z=7$ के समान्तर है, तब C का मान ज्ञात कीजिए। <http://www.mgkvponline.com> 5

If the line $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{c}$, is parallel to the plane $3x-y+4z=7$, then find the value of C.

OR/अथवा

5. (a) एक समतल निर्देशाक्षों से इस प्रकार मिलता है कि त्रिभुज ABC का केन्द्रक बिन्दु (a, b, c) है। दिखाइए कि समतल का समीकरण $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 3$ है। 5

A plane meets the coordinate axes in A, B, C such that the centroid of triangle ABC is the point (a, b, c) . Show that the equation of the plane is

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 3.$$

5

P.T.O.

(b) दर्शाइए कि समी. $x^2+4y^2-z^2+4xy=0$ एक समतल युग्म निरूपित करता है। उनके बीच का कोण भी ज्ञात कीजिए। 5

Show that the equation $x^2+4y^2-z^2+4xy=0$ represents a pair of planes.

Also find the angle between them.

इकाई-तृतीय / Unit-III

6. (a) एक गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जो मूलबिन्दु से गुजरता है तथा अक्षों पर a, b तथा c अन्तःखण्ड काटता है। 5

Find the equation of a sphere passing through the origin and making intercepts a, b and c with the axes.

(b) सिद्ध कीजिए कि समीकरण $ax^2+by^2+cz^2+2ux+2vy+2wz+d=0$ एक शंकु निरूपित करेगा यदि

$$\frac{u^2}{a} + \frac{v^2}{b} + \frac{w^2}{c} = d$$

Prove that the equation $ax^2+by^2+cz^2+2ux+2vy+2wz+d=0$ represents a cone if

$$\frac{u^2}{a} + \frac{v^2}{b} + \frac{w^2}{c} = d.$$

5

OR/अथवा

7. (a) उस लम्ब वृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जो वृत्त $x^2+y^2+z^2=9$, $x-y+z=3$ से होकर गुजरता है। 5

Find the equation of the right circular cylinder which passes through the circle.

$$x^2+y^2+z^2=9, \quad x-y+z=3.$$

- (b) केन्द्रीय शांकवज $ax^2+by^2+cz^2=1$ को समतल $lx+my+nz=0$ से काटने पर बनने वाले काट के समकोणीय अतिपरवलय होने का प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए।
Find the condition that the section of the central conicoid $ax^2+by^2+cz^2=1$ by the plane $lx+my+nz=0$ may be a rectangular hyperbola.

इकाई-चतुर्थ / Unit-IV

8. (a) यदि $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ है, तब सिद्ध कीजिए कि $\text{div } \vec{r} = 3$ 5
If $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$; then prove that $\text{div } \vec{r} = 3$.

- (b) सिद्ध कीजिए कि $\text{curl } \frac{\vec{a} \times \vec{r}}{r^3} = -\frac{\vec{a}}{r^3} + \frac{3\vec{r}}{r^5} (\vec{a} \cdot \vec{r})$

जहाँ \vec{a} एक स्थिर सदिश है।

Prove that

$$\text{curl } \frac{\vec{a} \times \vec{r}}{r^3} = -\frac{\vec{a}}{r^3} + \frac{3\vec{r}}{r^5} (\vec{a} \cdot \vec{r})$$

Where \vec{a} is a constant vector. 5

OR/अथवा

9. (a) सतह $x^4-3xyz+z^2+1=0$ के बिन्दु $(1,1,1)$ पर अभिलम्ब ज्ञात कीजिए। 5

Find the normal to the surface

$$x^4-3xyz+z^2+1=0 \text{ at the point } (1,1,1).$$

- (b) समतल पर ग्रीन प्रमेय का कथन लिखिए एवं सिद्ध कीजिए। 5

State and prove Green's theorem in the plane.

http://www.mgkvponline.com

Whatsapp @ 9300930012

Your old paper & get 10/-

पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से